

**L'ASTRO...MAIS  
C'EST TRÈS  
SIMPLE**

# LA VITESSE DE LIBÉRATION

**L'ASTRO...MAIS C'EST  
TRÈS SIMPLE**

Par Jean-Pierre MARTIN  
 [jpmgauge@wanadoo.fr](mailto:jpmgauge@wanadoo.fr)  
E-MAIL

ASSOCIATION D'ASTRONOMIE  
VÉGA PLAISIR 78370

© Jean-Pierre MARTIN

1

**L'ASTRO...MAIS  
C'EST TRÈS  
SIMPLE**

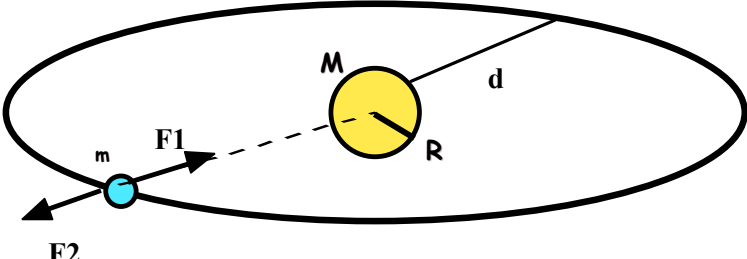
## LE CONCEPT DE VITESSE DE LIBÉRATION EN ASTRONOMIE

- \* Le concept de vitesse de libération d'un corps soumis à l'attraction gravitationnelle d'un autre corps est fondamental en astronomie, car il est lié au phénomène des orbites spatiales, au fait que certaines planètes ont perdu leur atmosphère, et même au concept (très ancien d'ailleurs) de trou noir.
- \* Il faut tout d'abord nous rafraîchir la mémoire mathématique avec certains rappels de physique de Terminale.

© Jean-Pierre MARTIN

2

**L'ASTRO...MAIS  
C'EST TRÈS  
SIMPLE**

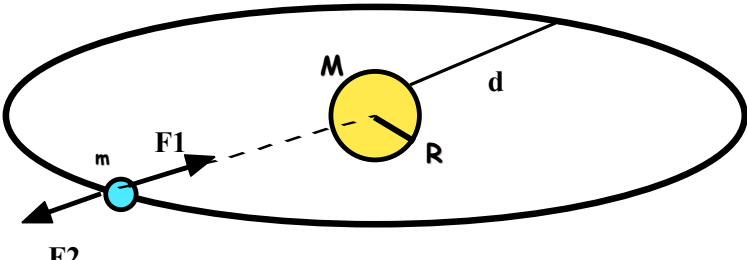


\* Un corps (Terre, lune etc..) de masse  $m$  tourne autour d'un autre corps de rayon  $R$  de masse  $M$  (Soleil, Terre, etc) à la distance  $d$  sur une trajectoire supposée circulaire en équilibre sous l'action de deux forces :

- \*  $F_1$  : Force de gravitation universelle (attraction)
- \*  $F_2$  : Force centrifuge due à la rotation (répulsion)

© Jean-Pierre MARTIN 3

**L'ASTRO...MAIS  
C'EST TRÈS  
SIMPLE**


$$F_1 = \frac{GmM}{(R+d)^2} = F_2 = \frac{mV^2}{(R+d)}$$

**CES 2 FORCES S'ÉQUILIBRENT**

© Jean-Pierre MARTIN 4

\* En égalisant les deux termes, on peut en déduire la vitesse du corps en orbite :

$$V^2 = \frac{GM}{R+d}$$

\* On peut définir  $V_0$  la vitesse au ras des pâquerettes soit pour  $r=0$ , on a donc

$$V_0 = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

\* La vitesse orbitale peut s'écrire maintenant

$$V = V_0 \sqrt{\frac{R}{R+r}}$$



\* Que remarque-t-on de cette formule : la vitesse orbitale ne dépend pas de la masse du corps en orbite, c'est fondamental.

\* On remarquera que la vitesse minimale pour rester en orbite autour de  $M$  est la vitesse à l'altitude zéro ( $r=0$ ) soit  $V_0$ . C'est ce qu'on appelle la vitesse de satellisation, c'est la vitesse minimale que doit atteindre la navette spatiale pour se mettre en orbite par exemple.

## ET LA TERRE !

- \* On sait que
- \*  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$   $M = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$  (voir note précédente) et  $R = 6400 \text{ km}$  d'où

$$V_0 = 7,9 \text{ km/s} \quad (\text{Mach 26 approx})$$

- \* Cette vitesse décroît bien sûr avec l'altitude, elle est par exemple de  $3 \text{ km/s}$  pour une orbite géostationnaire ( $36.000 \text{ km}$ ).

## PEUT-ON S'ÉCHAPPER DE LA TERRE?

- \* par exemple quelle vitesse faut-il communiquer à un satellite comme Voyager, pour qu'il quitte l'attraction terrestre pour toujours?.
- \* Il faut pour résoudre ce problème faire intervenir la notion de conservation d'énergie.
- \* Reconsidérons notre figure d'une des pages précédentes.

\* Un corps en orbite à la surface de M ( $r=R$ ) doit avoir une énergie cinétique :

$$\frac{1}{2} mV^2$$

\* Elle doit être au moins égale à l'énergie produite par le travail de la Force de gravitation passant de R à l'infini, que l'on écrit mathématiquement sous la forme suivante :

$$\int_R^{\infty} F \cdot dr = \int_R^{\infty} \frac{G M m}{(R + r)^2} = G \frac{M m}{R}$$

\* Cette dernière expression doit être égale à l'énergie cinétique pour la vitesse minimale  $V_l$  qui permet d'échapper à l'attraction de M (s'appelle vitesse de libération de l'astre M, "escape velocity" en anglais) On en déduit :

$$V_l = \sqrt{\frac{2 GM}{R}} = \sqrt{\frac{2 GMR}{R^2}}$$

\* soit

$$V_l = V_0 \sqrt{2} \sqrt{\frac{R}{R+d}}$$

## REMARQUES



- \* Que remarque-t-on là encore : bien entendu, cette vitesse ne dépend pas de la masse du corps à envoyer dans l'espace, mais aussi, ne dépend QUE de la distance au centre de la planète autour de laquelle il orbite (R+d) et non pas de la distance au Soleil par exemple, intéressant n'est ce pas!
- \* La vitesse de libération à partir du sol de l'astre M pour r=0 donne la vitesse de libération minimale nécessaire qui est toujours pour tous les astres  $\sqrt{2}$  fois plus grande que la vitesse orbitale.

$$V_l = V_0 \sqrt{2} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

© Jean-Pierre MARTIN

11



- \* Pour la Terre cela donne le chiffre bien connu de :
- \*  $V_l$  (Terre) = 11,2km/s
- \* Il est intéressant à partir de maintenant de voir comment varie cette vitesse de libération pour différents corps du système solaire : ci joint Tableau I :


© Jean-Pierre MARTIN

12

CORPS	MASSE (10 <sup>24</sup> kg)	Rayon (km)	Vit. Libér. (km/s)	L'ASTRO...MAIS C'EST TRÈS SIMPLE
Mercure	0,33	2440	4,2	
Venus	4,9	6050	10,40	
Terre	6	6400	11,2	
Lune	0,074	1740	2,4	
Mars	0,65	3400	5,05	
Phobos	10 <sup>-8</sup>	Approx 25	0,007 (25km/h!)	
Jupiter	1900	71.400	59,6	
Saturne	570	60.000	35,5	
Titan	0,14	2400	2,4	
Uranus	87	25.560	21,3	
Neptune	105	24.800	23,8	
Pluton	0,012	1.150	1,2?	
Ceres	0,001	Approx 490	0,5	
Eros	50 10 <sup>-10</sup>	Approx 30	0,005 (18km/h!)	
Soleil	2 10 <sup>6</sup>	7 10 <sup>5</sup>	617	
Corps de même masse que Soleil	2 10 <sup>6</sup>	3	300.000!!!!=c!!!!	
Soleil pour quitter la Galaxie	10 <sup>16</sup> (10 <sup>30</sup> kg approx)	25.000 AL	Approx 300km/s	

13

© Jean-Pierre MARTIN



## DES REMARQUES

- \* Plus l'astre est petit, plus la vitesse de libération est faible; plus la masse est grande, plus la vitesse de libération est grande.
- \* Pour une masse donnée, le rayon peut devenir aussi petit de telle sorte que la vitesse de libération atteigne la vitesse de la lumière; on a alors un trou noir.

14

© Jean-Pierre MARTIN

## SI VOUS ÉTIEZ SUR ÉROS

L'ASTRO...MAIS  
C'EST TRÈS  
SIMPLE



Si vous étiez sur Eros  
(voir photo ci-contre  
prise par NEAR  
©NASA-jhuapl) ou  
sur Phobos

\* au moindre geste  
brusque vous  
quitteriez le sol et  
vous vous envoleriez  
aux confins de  
l'Univers.

© Jean-Pierre MARTIN

15

\* Vous avez entendu parler des météorites  
"martiennes", est-ce possible?

\* Et bien oui théoriquement, car on sait  
qu'après un choc provenant d'un  
astéroïde sur la surface de Mars, les  
pierres composant le sol peuvent être  
projetées avec une vitesse de 5km/s sans  
être vaporisées dans l'atmosphère, or  
ces 5km/s sont la vitesse de libération  
de Mars, c'est donc théoriquement  
possible qu'elles atterrissent sur Terre.

L'ASTRO...MAIS  
C'EST TRÈS  
SIMPLE

© Jean-Pierre MARTIN

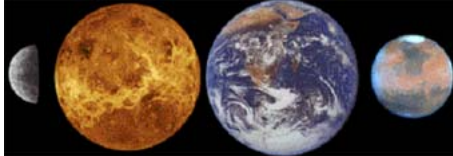
16



## ATMOSPHÈRES PLANÉTAIRES

L'ASTRO...MAIS  
C'EST TRÈS  
SIMPLE

Photo ©Calvin Hamilton



- \* Atmosphère, atmosphère...comme dirait quelqu'un de connu...
- \* Qu'est ce qui caractérise une atmosphère de planète?
- \* C'est un mélange gazeux par principe. Il est défini principalement par sa composition, par sa pression et sa température (liées ensemble d'ailleurs).

© Jean-Pierre MARTIN

17

## TEMPÉRATURE

L'ASTRO...MAIS  
C'EST TRÈS  
SIMPLE

- \* Comment définit-on la température d'un gaz (et plus généralement d'un corps)? C'est une mesure de l'état des mouvements des particules, c'est à dire de leur vitesse. Les particules dans un gaz chaud se déplacent plus rapidement que dans un gaz froid, au zéro absolu même, c'est le repos total. Si vous vous reportez à vos livres de thermodynamique des gaz, vous vous rappelez certainement que la vitesse moyenne des particules de gaz est liée à la température et à la masse moléculaire par la formule suivante :

$$V_{gaz} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

- \* où k est la constante de Boltzmann.

© Jean-Pierre MARTIN

18

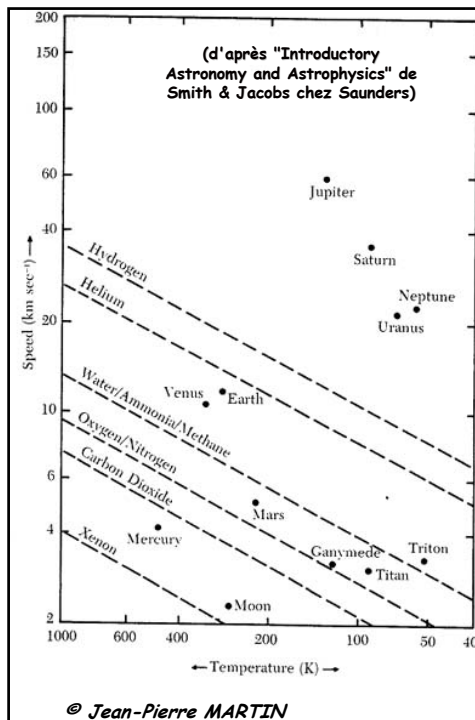
## MAIS OU VEUT-IL EN VENIR?

L'ASTRO...MAIS  
C'EST TRÈS  
SIMPLE

- \* Que se passe-t-il si la vitesse moyenne des composants formant l'atmosphère d'une planète de température moyenne  $T$ , est supérieure ou du même ordre de grandeur que la vitesse de libération de cette planète??? Et bien oui, vous avez raison, l'atmosphère a tendance à s'échapper. Voilà pourquoi votre fille est muette et pourquoi la Lune n'a pas d'atmosphère par exemple. Mais revoyons tout cela en détail.
- \* Les températures moyenne de surface des différents corps du système solaire sont connues, à partir de ces valeurs on peut calculer pour chaque type de gaz la vitesse moyenne de ses molécules. On dira en première approximation que les différents gaz peuvent s'échapper avec certitude du corps considéré si 10 fois cette vitesse est supérieure à la vitesse de libération du corps considéré.

© Jean-Pierre MARTIN

19



L'ASTRO...MAIS  
C'EST TRÈS  
SIMPLE

- \* Tableau II représente la rétention des différents gaz : vitesse moléculaire  $\times 10$  en fonction de la Température de surface pour différents astres.
- \* Un corps ou planète ne peut retenir un gaz considéré que s'il est situé **AU-DESSUS** ou dans le voisinage de la courbe du gaz correspondant. Autrement dit, tous les gaz situés **AU DESSUS** des planètes ou corps considérés se sont progressivement **ECHAPPÉS**.

20

**L'ASTRO...MAIS  
C'EST TRÈS  
SIMPLE**

- \* On voit immédiatement que la Lune et Mercure sont situées au-dessous de tous les gaz intéressants et que donc elles ne PEUVENT PAS avoir d'atmosphère. Elles ont en fait perdu leur atmosphère primitive en quelques centaines d'années. (Pression sur la Lune=  $10^{-14}$  atm!!! Le vide parfait)
- \* Mars, Ganymède, Titan et Triton ont la possibilité d'avoir une atmosphère de CO<sub>2</sub>, d'Oxygène ou d'azote; Triton peut même avoir du Méthane ou de l'Ammoniaque. Par contre ils ont perdu leur H et He primitifs.



© Jean-Pierre MARTIN 21

**L'ASTRO...MAIS  
C'EST TRÈS  
SIMPLE**

- \* Venus et la Terre ont des valeurs bien au-dessus de ce qui est nécessaire pour retenir une atmosphère, ce qui est le cas. Par contre on comprend pourquoi elles ont perdu leur H et Hélium.
- \* On voit aussi que les planètes géantes gazeuses retiennent principalement leur atmosphère primitive d'Hydrogène et d'Hélium.



© Jean-Pierre MARTIN Photos nasa 22

## LES TROUS NOIRS

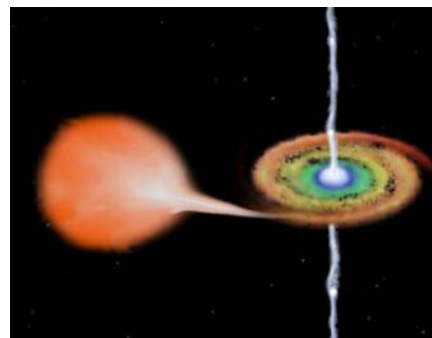
L'ASTRO...MAIS  
C'EST TRÈS  
SIMPLE

- \* Au XVIII<sup>ème</sup> siècle l'Anglais John Michell et le Français Pierre Simon de Laplace se sont intéressés au concept de vitesse de libération de la théorie de Newton sur la gravitation.
- \* Ils se demandèrent ce qui pouvait se passer si l'astre devenant si petit et si dense, la vitesse de libération atteignait la vitesse de la lumière. Ils en conclurent (incroyable pour l'époque!) que rien ne pouvait plus s'échapper et notamment la lumière.
- \* Ce fut l'acte de naissance du concept de trou noir.

© Jean-Pierre MARTIN

23

- \* On voit bien dans le tableau I que pour un astre de même masse que le Soleil mais de rayon 3km, la vitesse de libération est de 300.000 km/s (Vitesse de la lumière).
- \* De même pour une masse donnée, le rayon limite qui aboutit à une vitesse de libération de 300.000km/s est appelé RAYON DE SCHWARZSCHILD.
- \* Pour les matheux, il est bien évident que :



$$R_{sch} = (2 G M) / c^2$$

© Jean-Pierre MARTIN

24

**L'ASTRO...MAIS  
C'EST TRÈS  
SIMPLE**

- \* Pour le Soleil on vient de voir qu'il est de 3km
- \* Pour le trou noir situé au centre de notre Galaxie ayant pour masse 3 milliard de masses solaires, le rayon de Schw. est de 60 UA.
- \* On peut voir cela aussi autrement, cela veut dire que par exemple, une étoile de masse équivalente à celle du Soleil DEVIENDRA un trou noir, si son rayon est ramené à 3km etc..
- \* Tous les corps ont un rayon de Schwarzschild : la Terre : 1cm; un homme (!) :  $10^{-25}$ m etc.
- \* Pour votre information, la sphère ayant pour rayon le rayon de Schwarzschild est appelée "horizon" du trou noir.(event horizon en anglais)

© Jean-Pierre MARTIN 25

